

Griechische Klassik: von THALES bis EUKLID

Lebenlauf des THALES VON MILET

circa 624 v. Chr.: geboren in Milet (Kleinasien, heute: Türkei)

Sohn des EXAMYES und der CLEOBULINE

Reisen nach Ägypten

Beruf: (zumindest zunächst) Regierungsberater in Milet:
Gründung eines Staatenbundes der ionischen Städte,
Abraten von der Kriegsteilnahme an der Seite von
KROISUS VON LYDIEN im Kampf gegen KYROS
VON PERSIEN

auch: Einführung der Navigation nach dem Kleinen
Bären (anstelle des Großen Bären) bei den ionischen
Seeleuten (Buch über Navigation?)

28. Mai 585 v. Chr.: von ihm vorhergesagte (?, vielleicht nur das Jahr) Sonnenfinsternis, die zum Abbruch einer Schlacht und zum Friedensschluß zwischen Lydern und Medern führte

„in der 58. Olympiade“ (d. h., zwischen 548 und 545 v. Chr.): gestorben in Milet

Wirken des THALES

Philosophie

ARISTOTELES:

„Es muß einen natürlichen Stoff geben, einen oder mehrere, aus dem das andere entsteht, während es selber erhalten bleibt. Freilich über Zahl und Art dieses Grundstoffs waren sie sich nicht einig: THALES, der Begründer dieses Gedankenganges behauptete, es sei das Wasser. Deswegen lehrte er auch, die Erde schwimme auf dem Wasser.“

Mathematik

Pyramidenhöhe: DIOGENES LAERTIOS (2. Jahrhundert n. Chr.):

„Hieronymus berichtet, er [= THALES] habe die Höhe der Pyramiden gemessen, vermitteltst ihres Schattens, den er genau in dem Zeitpunkt abmaß, wo unser Schatten und unser Leib die gleiche Länge besitzen.“

THALESkreis: Wieder DIOGENES LAERTIOS:

„Er [= THALES] hat, wie Pamphile berichtet, zuerst das rechtwinklige Dreieck in den Kreis eingezeichnet und daraufhin einen Ochsen geopfert. Andere hingegen, wie etwa Apollodorus sagen, dies sei Pythagoras gewesen.“

weitere Resultate nach PROKLOS (410/411–485 *nach* Chr.):

1. THALES habe bewiesen, daß des Kreises durch einen Durchmesser halbiert wird.
2. THALES habe „erkannt und ausgesprochen“, daß beim gleichschenkligen Dreieck die Basiswinkel gleich groß sind.
3. Gleichheit der Gegenwinkel an sich schneidenden Geraden
4. Kongruenzsatz „Winkel – Seite – Winkel“

PYTHAGORAS und die Pythagoräer

Lebenslauf des PYTHAGORAS

um 600 oder um 570 v. Chr.: geboren auf Samos (Ioni-
sche Insel)

Sohn des MNESARCHUS und der PYTHAIS

Reisen mit seinem Vater nach Tyros und Unteritalien

Lehrer aus der griechischen Welt: PHEREKYDES,
THALES und ANAXIMANDER

gegen 550 v. Chr.: Aufenthalt in Milet bei THALES und
ANAXIMANDER

gegen 535 v. Chr.: Reise nach Ägypten, Aufnahme in die
Priesterschaft des Tempels von Diospolis

525 v. Chr.: Besetzung Ägyptens durch KAMBYSES II.
VON PERSIEN; Verschleppung des PYTHAGORAS
als Kriegsgefangener nach Babylon

spätestens 520 v. Chr.: Rückkehr nach Samos

ab (529 oder) 518 v. Chr.: Wechsel nach Kroton (Süd-
italien), Gründung des Ordens der Pythagoräer

508 v. Chr.: Vertreibung aus Kroton

um 500 oder um 475 v. Chr.: gestorben in Metapont

zwischen 460 und 440 v. Chr.: anti-griechische Aufstände
in Unteritalien, Vertreibung und teilweise Ermordung
der Pythagoräer

Wirken des PYTHAGORAS und seiner Schule

„Satz des Pythagoras“

- Aussage schon in Mesopotamien fast 1.000 Jahre vorher bekannt; in Indien („Sulbasutras“) zumindest in etwa zeitgleich als allgemeine Aussage

- PROKLOS:

„Schenken wir denjenigen Gehör, die das Altertum erforschen wollen, so werden wir finden, daß sie dies Theorem auf Pythagoras zurückführen und berichten, er habe der Entdeckung halber einen Stier geopfert.“

Die neue Sichtweise

PYTHAGORAS und die Pythagoräer nicht in erster Linie an einzelnen Ergebnissen interessiert, sondern eher Nachdenken über

- Begriff der Zahl,
- Begriff des Dreiecks,
- Idee dessen, was einen Beweis ausmacht

Zahlenlehre

(spätestens) in der Zahlenlehre des PYTHAGORAS Verwendung des Begriffes Zahl bei der Unterscheidung „gerade“ – „ungerade“

Geometrie

- Winkelsumme im Dreieck beträgt zwei rechte Winkel.
- Aussage des Satzes von P. als Zerlegungsgleichheit von Flächen
- geometrische Lösung von Problemen des Typs
$$a(a - x) = x^2$$
- die fünf regulären („PLATONischen“) Körper:
Würfel, Tetraeder, Oktaeder, Dodekaeder, Iksaeder

Harmonielehre

Versuche mit Monochord und wassergefüllten Vasen

Pythagoräer

innerer Kreis: „mathematikoi“

äußerer Kreis: „akousmatikoi“

philosophische Grundsätze:

- „Alles ist Zahl.“
- spirituelle Reinigung durch Philosophie
- mystische Bedeutung gewisser Symbole
- absolute Loyalität und Geheimhaltung

Die Entwicklung der deduktiven Methode

Entscheidend für die Mathematik:

1. Übergang von Einzelfällen zu allgemeinen Aussagen
2. logisches Herleiten von Resultaten aus Vorgaben

Aspekt 1. auch in anderen Hochkulturen, so in den „Sulbasutras“ der Satz des PYTHAGORAS als

„Die Diagonale eines Rechtecks bringt beides hervor, was die Seiten einzeln hervorbringen.“

Aspekt 2., die „deduktive Methode“, ist hingegen spezifisch für die griechische Kultur. (In China entwickelte sich dagegen eine Kultur des Lösen mathematischer Probleme durch Reduktion auf einzelne Grundtypen.)

Beziehung der logischen Deduktion zu

- griechischer Philosophie (vgl. PLATON (427–348/347 v. Chr.)), insbesondere der Naturphilosophie
- politischer Praxis

EUKLID und seine „Elemente“

Lebensdaten EUKLIDS: circa 340/325 bis 270/265 v. Chr.

nach 300 v. Chr. an das „Museion“ in Alexandria berufen

Die „Elemente“ des Euklid

Buch I

„Definitionen“, zum Beispiel:

- I. Ein Punkt ist, was keine Teile hat.
- X. Wenn eine gerade Linie, auf eine gerade Linie gestellt, einander gleiche Nebenwinkel bildet, dann ist jeder der beiden gleichen Winkel ein rechter; . . .
- XXIII. Parallel sind gerade Linien, die in derselben Ebene liegen und dabei, wenn man sie nach beiden Seiten ins Unendliche verlängert, auf keiner einander treffen.

„Postulate“

- I. Gefordert soll sein, daß man von jedem Punkt nach jedem Punkt eine gerade Linie ziehen kann.
- II. Und daß sich eine begrenzte gerade Linie zusammenhängend gerade verlängern läßt.
- III. Und daß sich mit jedem Mittelpunkt und Radius ein Kreis beschreiben läßt.
- IV. Und daß alle rechten Winkel einander gleich sind.
- V. Und daß, wenn eine gerade Linie beim Schnitt mit zwei geraden Linien bewirkt, daß die innen auf derselben Seite entstehenden Winkel zusammen kleiner sind als zwei rechte, dann werden die zwei geraden Linien bei Verlängerung ins Unendliche sich treffen auf der Seite, auf der die Winkel liegen, die zusammen kleiner als zwei rechte sind.

„Axiome“:

- I. Sind zwei Dinge einem dritten gleich, so sind sie auch einander gleich.
- III. Zieht man von Gleichem Gleiches ab, so bleibt Gleiches übrig.
- V. Das Ganze ist größer als ein Teil.

Buch II: „Geometrische Algebra“

Buch III: Kreislehre

Buch IV: regelmäßige Polygone

Buch V: Größenverhältnisse (EUDOXOS VON KNIDOS (400–347 v. Chr.))

Buch VI: Ähnlichkeitslehre für Dreiecke, Vielecke

Bücher VII–IX: Arithmetik, insb.:

Buch VII, Definition 1: „Einheit ist das, wonach jedes Ding eines genannt wird.“,

Definition 2: „Zahl ist die aus Einheiten zusammengesetzte Menge.“

§§ 1–2: Euklidischer Algorithmus zur Bestimmung des größten gemeinsamen Teilers

Buch IX: Existenz „unendlich vieler Primzahlen“ (Satz 20)

Buch X: quadratische Irrationalitäten (THEAITETOS (416–369 v. Chr.))

Buch XI: räumliche Figuren

Buch XII: Exhaustionsmethode (EUDOXOS VON KNIDOS)

Buch XIII: regelmäßige Polyeder