

## Alte Mathematik

Literatur: HELMUTH GERICKE: *Mathematik in Antike und Orient / Mathematik im Abendland*. Fourier: Wiesbaden 6. Auflage 2003

*μαθήματα* = „Lehrgegenstände“ =

- Arithmetik (= Zahlenlehre),
- Geometrie (wörtl.: Erdmessung),
- Astronomie (auch Astrologie),
- Musik (im Sinne von Harmonielehre)

„Der gute Christ soll sich hüten vor den Mathematikern und all denen, die leere Voraussagen zu machen pflegen, schon gar dann, wenn diese Vorhersagen zutreffen. Es besteht nämlich die Gefahr, dass die Mathematiker mit dem Teufel im Bunde den Geist trüben und in die Bande der Hölle verstricken.“ (AUGUSTINUS, *De genesis ad literam*, Buch 2, Kapitel XVII, Nr. 37),

## Mathematik in der Vorgeschichte

jüngere Altsteinzeit (40.000–10.000 v. Chr.): Zuordnung gleichartiger abstrakter Symbole zu Objekten, insbesondere Kerbknochen

Mittel- und frühe Neusteinzeit (10.000–ca. 3000 v. Chr.): Kontrolle von Quantitäten durch Symbole, erste Bündelungszeichen

ab ca. 3200 v. Chr.: schriftliche Addition, Anfänge des Positionssystems;  
dabei Bündelungszeichen noch kontextabhängig

- = 6 ●▷ bei Getreide,
- = 10 ●▷ bei diskreten Objekten

Literatur hierzu: PETER DAMEROW, ROBERT K. ENGLUND, HANS J. NISSEN: Die ersten Zahldarstellungen und die Entwicklung des Zahlbegriffs, *Spektrum der Wissenschaft*, 3/1988, S. 46–55

„[Die Zahl ist eine] der abstraktesten Ideen, zu deren Bildung der menschliche Geist fähig ist“ (ADAM SMITH)

Literatur hierzu: KARL MENNINGER: *Zahlwort und Ziffer. Eine Kulturgeschichte der Zahl*. Vandenhoeck & Ruprecht: Göttingen 1979

## Mathematik in den frühen Hochkulturen

Indien: Sulbasutras („Schnurregeln“)

circa 500 v. Chr. aufgeschrieben, auf rituelle Vorschriften zur Konstruktion von Altären zurückgehend, vermutlich aus der Zeit um 1200 v. Chr.

China: „Neun Bücher arithmetischer Technik“ (Lehrbuch für Verwaltungsbeamte)

älteste überlieferte Kopie von Liu Hui (ca. 263 n. Chr.), zugeschrieben Chou Kung (12. Jahrhundert v. Chr.), teilweise auch dem „Gelben Kaiser“ (3. Jahrtausend v. Chr.)

Ab circa 8.000 v. Chr.

- in China am Hoangho,
- in Indien am Indus,
- in Mesopotamien an Euphrat und Tigris und
- in Ägypten am Nil

jeweils:

- Flußoasen,
- arbeitsteilige Gesellschaft,
- städtische Siedlungen,
- Verwaltungsbedarf.

# MESOPOTAMIEN

## Zeittafel

- um 3.200 v. Chr. Einwanderung der Sumerer (aus Indien?), Bildung von Stadtstaaten
- um 3000 v. Chr. Entwicklung der Schrift: von einer Bilderschrift zur Keilschrift; erste Schrifttafeln mit Zahlen
- um 2250 v. Chr. Vereinigung des Zweistromlandes unter SARGON VON AKKAD
- vor 2000 v. Chr. Tabellen für Rechenzwecke  
entwickeltes Positionssystem mit der Basis 60 und der Hilfsbasis 10
- um 1800–1500 v. Chr. erste Aufgabentexte
- um 1700–1530 v. Chr. altbabylonisches Reich unter HAMMURAPI und seinen Nachfolgern; Blüte der Mathematik als „Bildungsgut“ innerhalb einer Schreiber-/Ingenieurskaste

## Arithmetik

seit ca. 2000 v. Chr. entwickeltes Positionssystem

Trennung der Stellen, falls nötig, durch den Platzhalter << als „Proto-Null“

Division durch Teiler von 60 einfach durchführbar; Näherungen für andere Divisionsaufgaben vertafelt

## Algebra

Näherungsformel für Quadratwurzel

$$\sqrt{a^2 \pm r} \approx a \pm \frac{r}{2a},$$

also der Iterationsschritt des HERONSchen Verfahrens  
(nach HERON VON ALEXANDRIA (um 62 n. Chr.)

Lösungsverfahren für quadratische Gleichungen mittels  
quadratischer Ergänzung

teilweise auch Gleichungen höheren Grades

## Pythagoräische Zahlentripel

Tabelle mit pythagoräischen Tripeln aus der Zeit HAM-  
MURAPIS: (12709, 13500, 18541)

## Geometrie

Aufgabe: Ein Balken von 30 Einheiten Länge steht senkrecht an Wand, seine Spitze rutscht um 6 Einheiten herunter; wie weit ist das untere Ende des Balkens dann von der Wand entfernt?

Die gegebene Lösung verwendet die Aussage des „Satzes des Pythagoras“!

weitere geometrische Kenntnisse: Regeln zur Berechnung der Flächeninhalte von Dreieck, Rechteck und Trapez, des Volumen des Würfels

Näherungsformeln

- für den Flächeninhalt eines Vierecks:  $\frac{a+c}{2} \cdot \frac{b+d}{2}$
- für das Volumen eines Pyramidenstumpfs:  $\frac{h}{2}(a^2 + b^2)$
- die Kreiszahl  $\pi$ : in der Regel 3, möglicherweise auch  $3\frac{1}{8}$

# ÄGYPTEN

## Zeittafel

um 3.100 v. Chr. erste Einigung von Ober- und Unterägypten durch König MENES

um 3.000 v. Chr. Entwicklung der Schrift (Hieroglyphen, also Bilderschrift)

Keule des Königs NARMER

vermutlich 2.781 v. Chr. Einführung des Kalenders mit 365 Tagen

um 2.600 v. Chr. Bau der Pyramiden von Gizeh

wohl um 1.800 v. Chr. Vorlagen für

um 1.600 v. Chr. heute vorhandene Abschriften der Hauptquellen über die (alt)ägyptische Mathematik, nämlich von

- Papyrus RHIND und
- Papyrus Moskau

332 v. Chr. Eroberung durch die Griechen unter Alexander dem Großen, Beginn der Ptolermäerzeit

Museion in Alexandria, an dem EUKLID wirkte (siehe später)

## Arithmetik

Zahlendarstellung mittels Hieroglyphen:

- 1: Merkstrich
- 10: Bügel
- 100: (Meß-)Strick
- 1.000: Lotosblume
- 10.000: Finger
- 100.000: Kaulquappe
- 1.000.000: „Gott der Unendlichkeit“

Addition und Subtraktion möglich, wenn auch etwas schwerfällig

Multiplikation und aufgehende Division zurückgeführt auf fortgesetzte Verdoppelung

Bei Brüchen außer  $\frac{2}{3}$  und  $\frac{3}{4}$  nur Stammbrüche!

∞ über einem Zahlsymbol (etwa  $|| \cap$ ) zeigt den entsprechenden Stammbruch an.

Beachte: Jeder Bruch läßt sich als Summe verschiedener (!) Stammbrüche schreiben. (Im Papyrus RHIND für  $2 : 3, 2 : 5, 2 : 7, \dots, 2 : 101$  vertafelt.)



## Hau-Rechnung

„Hau“, „aha“: Hieroglyphe eines Haufens, in späteren Texten auch mit Schriftrolle

Erster Anfang einer Unbestimmten / Unbekannten, wird aber nicht bei der Lösung der Aufgabe verwendet, dort stattdessen „falscher Ansatz“

## Geometrie

Berechnung von Flächen- bzw. Rauminhalten von Dreiecken, Rechtecken, Trapezen, Würfeln und Kreiszyklindern

im Gegensatz zu Mesopotamien *korrekte* Formel für das Volumen des Pyramidenstumpfes ( $V = \frac{h}{3}(a^2 + ab + b^2)$ )

Näherung für Kreiszahl  $\pi$ :  $(\frac{16}{9})^2 = \frac{256}{81} = 3,1605$

## Entstehung der Zahlzeichen

Bündelungssymbole wie  $\| \| \rightsquigarrow$   
römische Zahlzeichen  $V$  oder, gedoppelt:  $X$ .

Mesopotamien: Zahlsymbole bedingt durch Verwendung von Tontafeln als Schreibmaterial:

um 3200 v. Chr.  $\bullet$ ,  $\ominus$  durch Eindrücken eines Holzstabes  
von 2000 bis 1500 v. Chr.  $|$  für 1 Einheit und  $<$  für 10 Einheiten mittels Schilfhalm

(altes) Ägypten, (späteres) Indien: „Verzifferung“:

$\cap$ ,  $\cap\cap$ ,  $\cap\cap\cap$                       bzw.                       $-$ ,  $=$ ,  $\equiv$ .

zu

$\wedge$   $\acute{\wedge}$ ,  $\acute{\times}$                       bzw.                      1, 2, 3.

## Randbemerkung: Buchstaben als Ziffern

Phönizisch, Hebräisch, Griechisch (ab 450 v. Chr)

1	2	3	4	5	6	7	8	9
$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	$\delta$	$\varepsilon$	$F$	$\zeta$	$\eta$	$\vartheta$
10	20	30	40	50	...			
$\iota$	$\kappa$	$\lambda$	$\mu$	$\nu$				

Tausender:  $\acute{\alpha} = 1000, \dots$

Gemmatría: etwa Offenbarung Johannis 13, 18